d-) Montrer que pour x de $[0,+\infty[$ ; $f^{-1}(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$

$f : [0,1[ \longrightarrow [0,+\infty[$ est bijective

soit

$$\begin{cases} y \in [0,1[ \\ f(y) = u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u \in [0,+\infty[ \\ f^{-1}(x) = y \end{cases}$$

on a $f(y) = u$

$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{y}{1-y}} = u$

$\Rightarrow \frac{y}{1-y} = u^2$

$\Rightarrow y = u^2(1-y)$

$\Rightarrow y = u^2 - u^2 y$

$\Rightarrow y + u^2 y = u^2$

$\Rightarrow y(1+u^2) = u^2$

donc $y = \frac{u^2}{1+u^2}$

$\forall u \in [0,+\infty[$, $f^{-1}(x) = \frac{u^2}{1+u^2}$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn